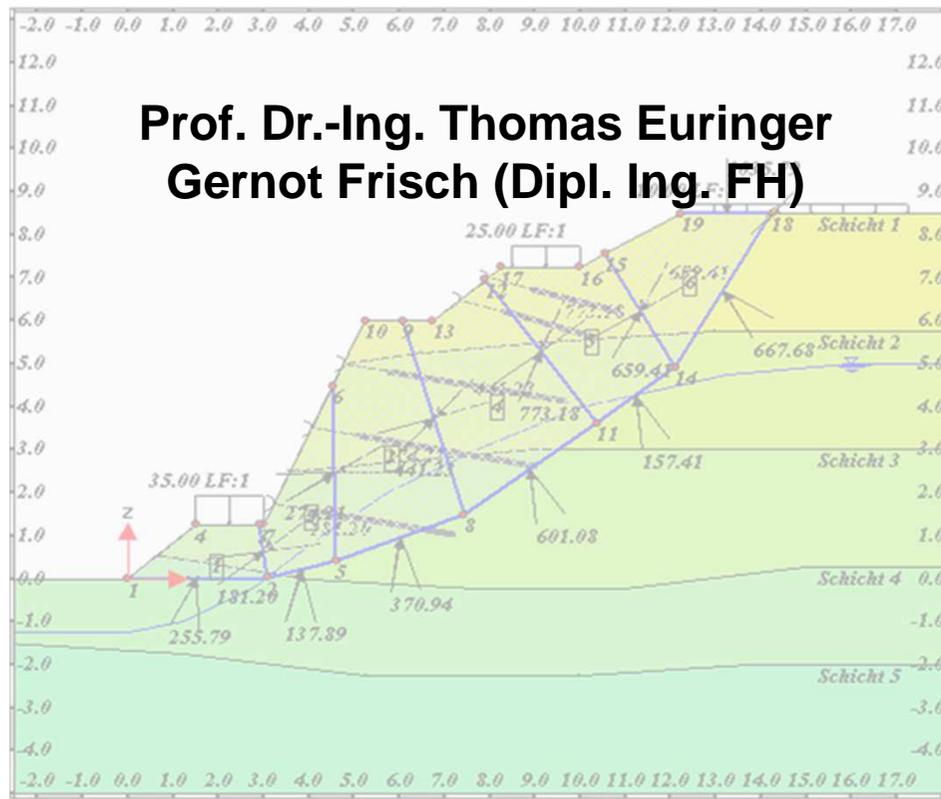


Theorie und Anwendungsmöglichkeiten der Kinematischen Element Methode



- **Gliederung**
 - **Allgemeine Anmerkungen zur KE-Methode**
 - **Mechanisches Modell**
 - Modellierung kinematischer Bruchmechanismen
 - Lösung der Systemkinematik
 - Kinematische Konsistenz
 - Statik
 - Anmerkung zur Elementierung
 - **Optimierung**
 - Versagensmechnismus
 - Geometrie des Versagensmechnismus
 - **Anwendungsbeispiele**
 - Böschungsstabilität
 - Standsicherheit eines Baugrubenverbaues
 - Grundbruchsicherheit unter einem Fundament
 - ...

Allgemeine Anmerkungen zur KE-Methode

KEM

**Verallgemeinertes Bruchkörperverfahren
basierend auf der Extremalmethode von Coulomb**

nach Prof. Gußmann

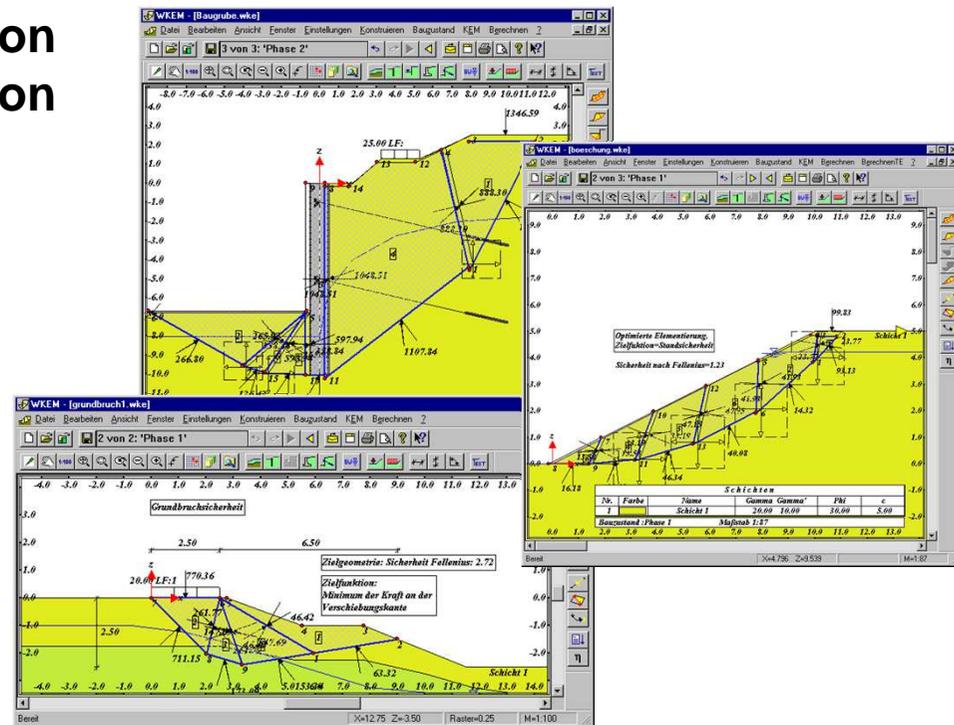
- Freie Beschreibung des Versagensmechanismus mit starren Körpern
- In der Bruchfläche herrscht die Coulombsche Bruchbedingung
$$\sigma_t = (\sigma_n - u) \cdot \tan(\varphi) + c$$
- Gleichgewicht nach dem P. d. virtuellen Verrückungen
$$A_i + A_a = \min$$
- Optimieren

Anwendbarkeit der KEM in der Geotechnik

Nachweis von Grenzzuständen

Wirklichkeitsnahe Modellierung von Bruchzuständen zur Ermittlung von

- Standsicherheiten
- Grundbruchlasten
- Erddruck



Eingangsgrößen ↔ Ergebnisse

- **Eingangsgrößen:** Bodenparameter

- φ
- c

- **Ergebnisse:**

- Kräfte an den Rändern der Elemente
- Standsicherheit nach Fellenius ($\varphi - c$ Reduktion)
- Geometrie des Bruchmechanismus
- Verschiebungsraten

Nicht berechnet werden

Spannungen, Verschiebungen, Erddruckverläufe

Mechanisches Modell

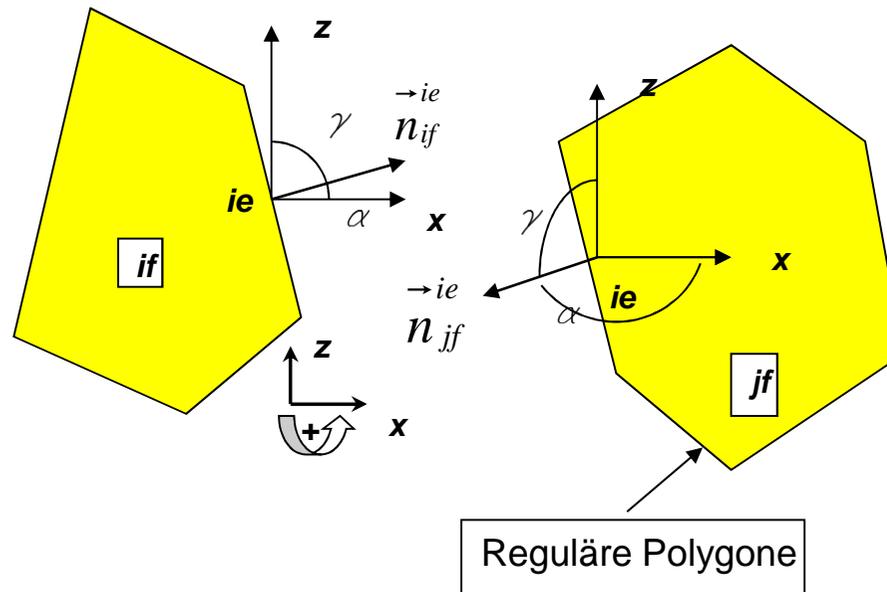
Geometrie Kante, Fläche

$$\mathbf{n}_{ie}^{ifT} = [\cos \alpha \quad \cos \gamma]_{ie}^{if}$$

$$\cos \alpha_{ie}^{if} = \frac{dz_{ie}^{if}}{d_{ie}} \quad \cos \gamma_{ie}^{if} = -\frac{dx_{ie}^{if}}{d_{ie}}$$

$$dx_{ie}^{if} = x_{jv}^{if} - x_{iv}^{if} \quad dz_{ie}^{if} = z_{jv}^{if} - z_{iv}^{if}$$

$$d_{ie} = \sqrt{(dx_{ie}^{if})^2 + (dz_{ie}^{if})^2}$$

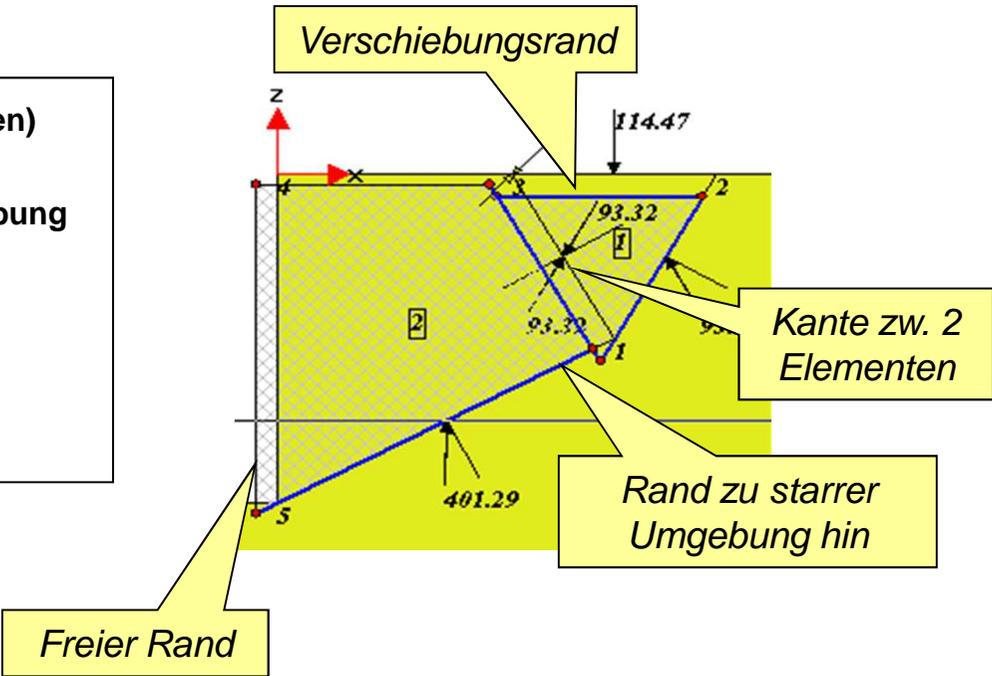


Kinematik

Gekoppelte Translationskörper

- Interelementkante (Kante zw. zwei Elementen)
- Kante mit vorgegebener virtueller Verschiebung
- Kante an starre Umgebung hin angrenzend
- Kante ohne Verträglichkeitsbedingung (freie, bzw. Klaffungskanten)

$$K_{sys} \cdot v^{sys} = r^{sys}$$



File: exple_1

Kinematik: Beispiel

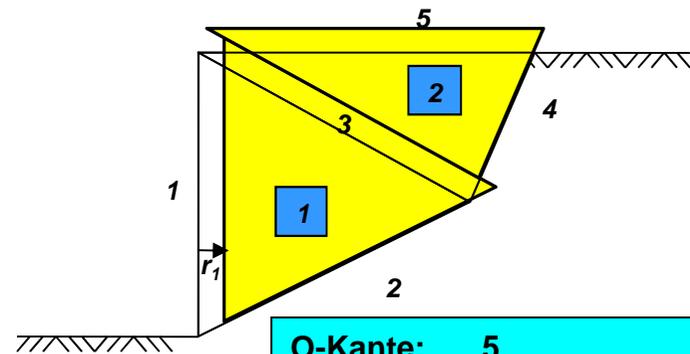
Aufbau System-Kinematikmatrix bei 2-Körper Mechanismus

		Element			
		1		2	
Kante	1	n_x	n_z	0	0
	2	n_x	n_z	0	0
	3	n_x	n_z	n_x	n_z
	4	0	0	n_x	n_z

$$K^{sys}$$

$$\cdot v^{sys} = \begin{pmatrix} r_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

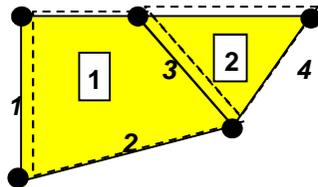
$$\cdot v^{sys} = r^{sys}$$



- O-Kante:** 5
- DR-Kanten:** 2, 4
- DF-Kante:** 1 (wird in +x-Richtung um r_1 verschoben)
- I-Kante:** 3

Diskretisierung

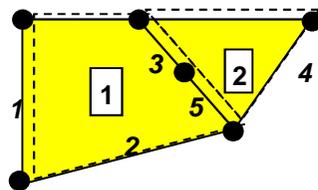
$$K^{sys} \cdot v^{sys} = r^{sys}$$



4 Gleichungen
4 Unbekannte

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

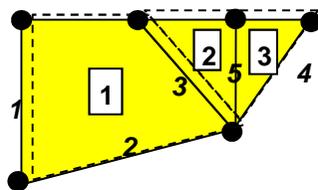
eindeutige
Lösung



5 Gleichungen
4 Unbekannte

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

residuumsfrei
lösbar?



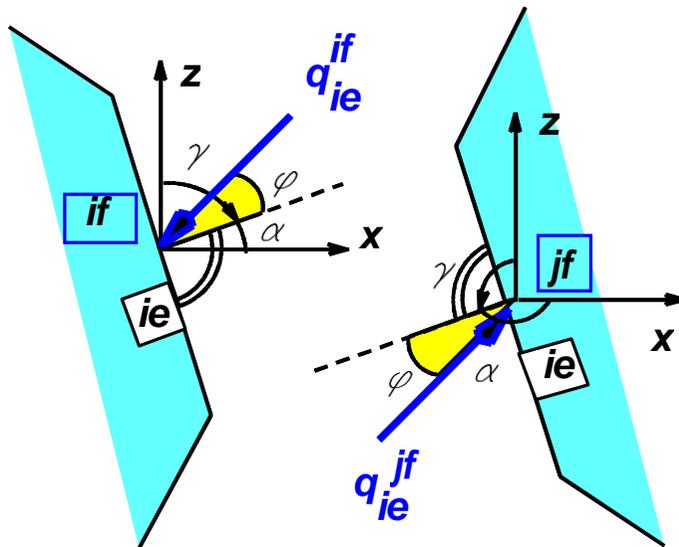
5 Gleichungen
6 Unbekannte

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

mehrere
Lösungen



Statik - Kantenkräfte



System:

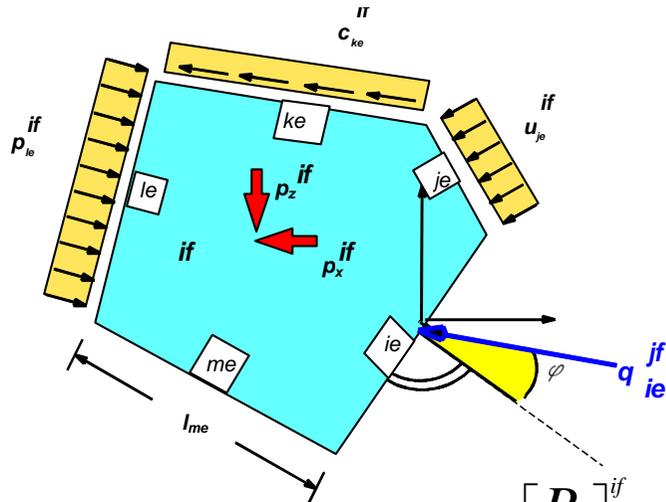
$$F_{sys} = R_{sys} \cdot Q_{sys} + P_{sys}$$

Element:

$$F^{if} = \begin{bmatrix} R_{ie} & R_{je} & \dots & R_{ne} \end{bmatrix}^{if} \cdot Q^{if} + p^{if}$$

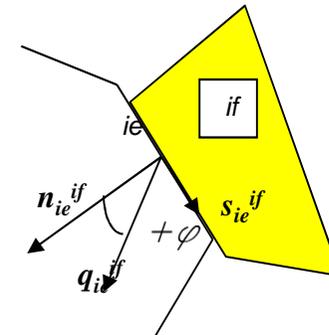
$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_z \end{bmatrix}^{if} = \begin{bmatrix} R_{ie_x} & R_{je_x} & \dots & R_{ne_x} \\ R_{ie_z} & R_{je_z} & \dots & R_{ne_z} \end{bmatrix}^{if} \cdot \begin{bmatrix} Q_{ie} \\ Q_{je} \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_{ne} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{i=ne} \begin{bmatrix} p_x^i \\ p_z^i \end{bmatrix}^{if}$$

Kräftegleichgewicht am Element



$$s_{ie}^{if} = \begin{pmatrix} s_x \\ s_z \end{pmatrix}_{ie}^{if} = T_{ie}^{ifT} \cdot \tilde{s}_{ie}^{if}$$

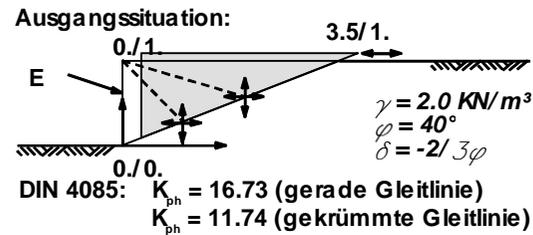
$$d_{ie}^{if} = n \times s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ n_x \cdot s_z - n_z \cdot s_x \end{pmatrix}_{ie}^{if}$$



$$\begin{bmatrix} R_x \\ R_z \end{bmatrix}_{ie}^{if} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \chi \cdot \sin \varphi \\ -\chi \cdot \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}_{ie}^{if} \cdot \begin{bmatrix} n_x \\ n_z \end{bmatrix}_{ie}^{if}$$

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_z \end{bmatrix}_{ie}^{if} = \begin{bmatrix} \zeta^* \cdot \cos \gamma \cdot c \cdot l \\ -\zeta^* \cdot \cos \alpha \cdot c \cdot l \end{bmatrix}_{ie}^{if} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha \cdot (u + p) \cdot l \\ \cos \gamma \cdot (u + p) \cdot l \end{bmatrix}_{ie}^{if}$$

Anmerkung zur Elementierung



1 Element: Zielgeometrie:

Kantenkräfte:
 Nr.2: 21.542
 Nr.4: $18.717 \cdot \cos(\delta) = 16.726$

Optimierungsfreiheitsgrade: 1

3 Elemente: Zielgeometrie:

Kantenkräfte:
 Nr.2: 8.434
 Nr.7: 2.747
 Nr.5: 4.480
 Nr.4: $12.988 \cdot \cos(\delta) = 11.607$

Optimierungsfreiheitsgrade: 5

2 Elemente: Zielgeometrie:

Kantenkräfte:
 Nr.2: 9.705
 Nr.5: 6.352
 Nr.4: $13.2729 \cdot \cos(\delta) = 11.861$

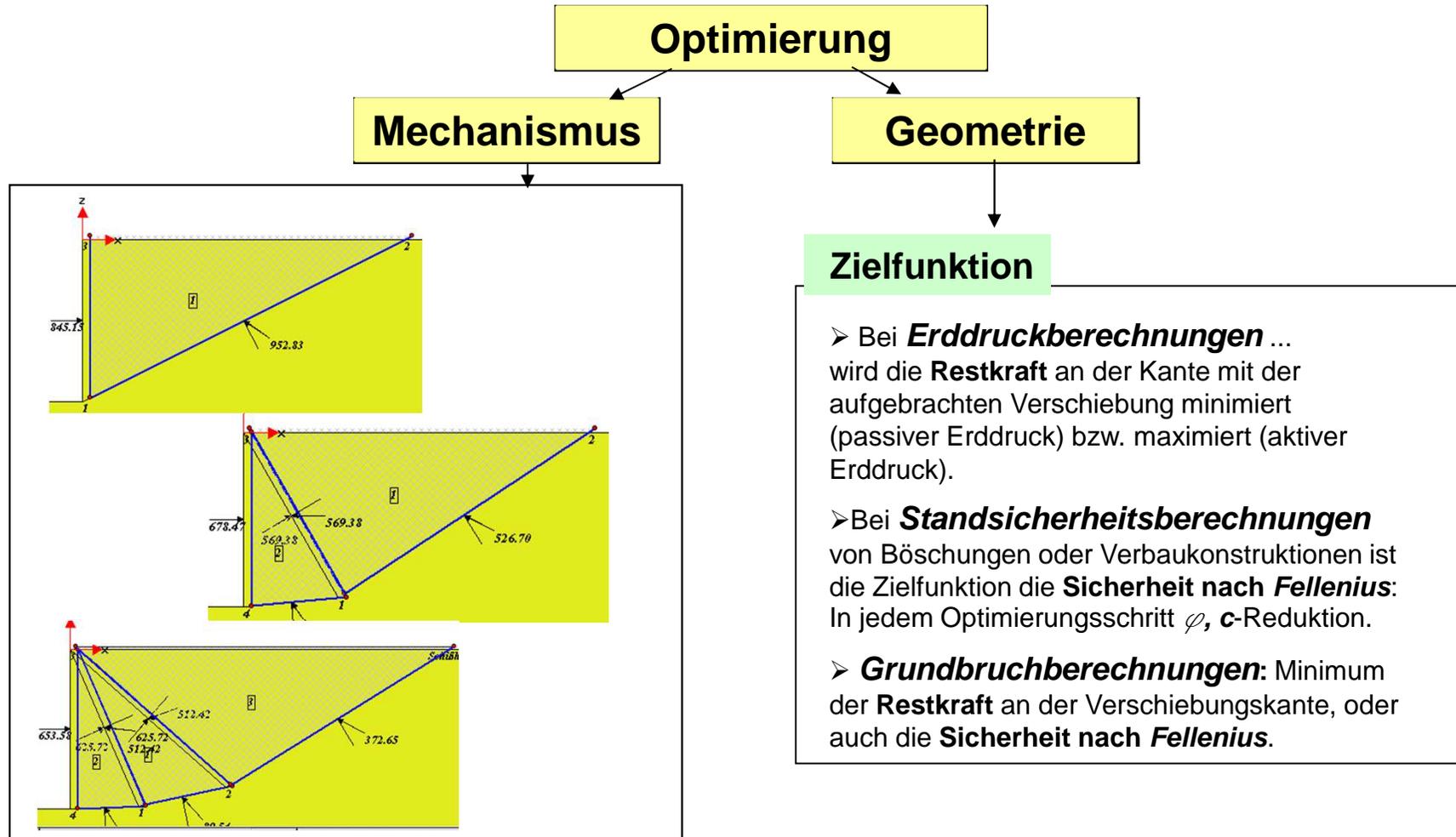
Optimierungsfreiheitsgrade: 3
 vgl. [GUDE] Kap. 2.1.2.4:
 $K_{pt} = 13.27 \cdot \cos(\delta) = 11.86$, $\vartheta_{1/0} = 0^\circ$, $\vartheta_{1/2} = 45^\circ$, $\vartheta_{2/0} = 21^\circ$

1 Element, spiralförmige Gleitfläche: Zielgeometrie:

Kantenkraft:
 $Q = 13.126 \cdot \cos(\delta) = 11.729$

Optimierungsfreiheitsgrade: 1
 Pol: $x = -1.997$
 $z = 2.380$





Methoden zur Geometrieoptimierung

Interaktives Anpassen der Elementgeometrie

- Vorteil:*
- Die Nähe eines globalen Optimums kann eingegrenzt werden.
 - Suche ist 'intelligent'.
- Nachteil:*
- Nicht automatisch.

Abstiegsverfahren (incl. Strafverfahren) (z.B. Powell, Schittkowski)

- Vorteil:*
- Schnelle Konvergenz bei geeigneter Aufgabenstellung.
- Nachteil:*
- Lösung ist u.U. kein globales Optimum.

Totale Enumeration

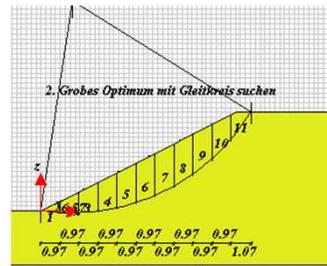
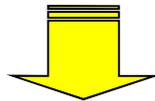
- Vorteil:*
- Vorgegebener Lösungsraum wird komplett abgesucht.
 - Innerhalb dieses Lösungsraumes ist das gefundene Optimum global.
- Nachteil:*
- Lösungsraum muss vorgegeben werden.
 - Lange Berechnungszeit.

Evolutionsstrategische oder genetische Algorithmen

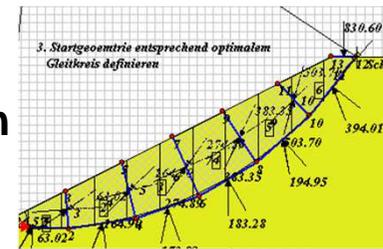
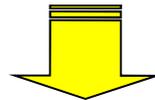
- Vorteil:*
- Globales Optimum wird mit großer Wahrscheinlichkeit gefunden.
- Nachteil:*
- Steuerungsparameter für den Optimierungsalgorithmus müssen angegeben werden.
 - Sehr lange Berechnungszeit.

Vorschlag zur Geometrieoptimierung

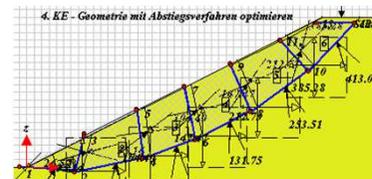
1. Zielgeometrie z.B. mit
Gleitkreis abschätzen



2. Ausgangselementierung
entsprechend dieser Form definieren



3. Mit Abstiegsverfahren optimieren

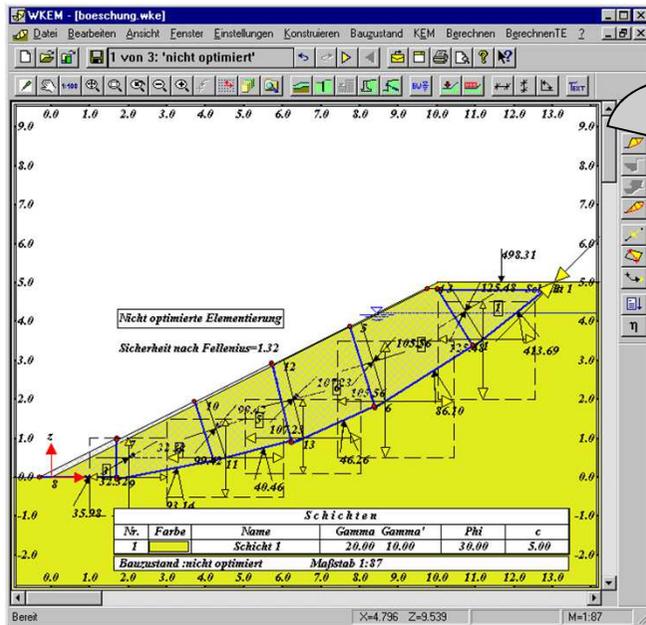


File:
exple_4

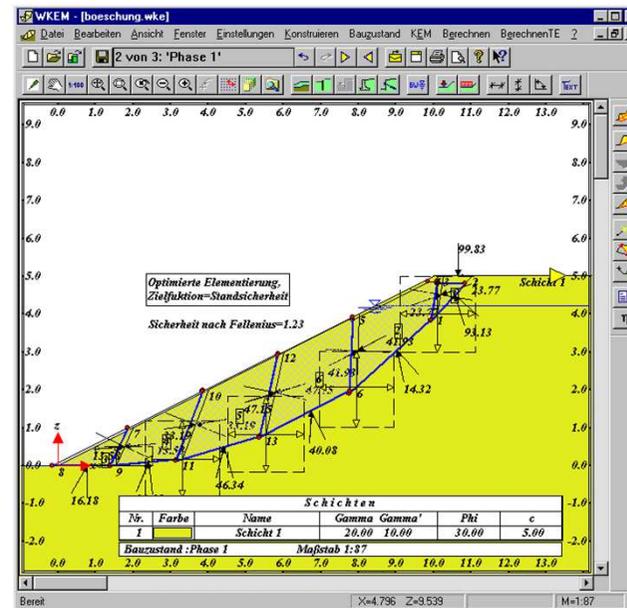
Beispiel: Standsicherheit einer Böschung

Beispiel: Standsicherheit einer Böschung

Ausgangsmechanismus



Geometrieoptimierung



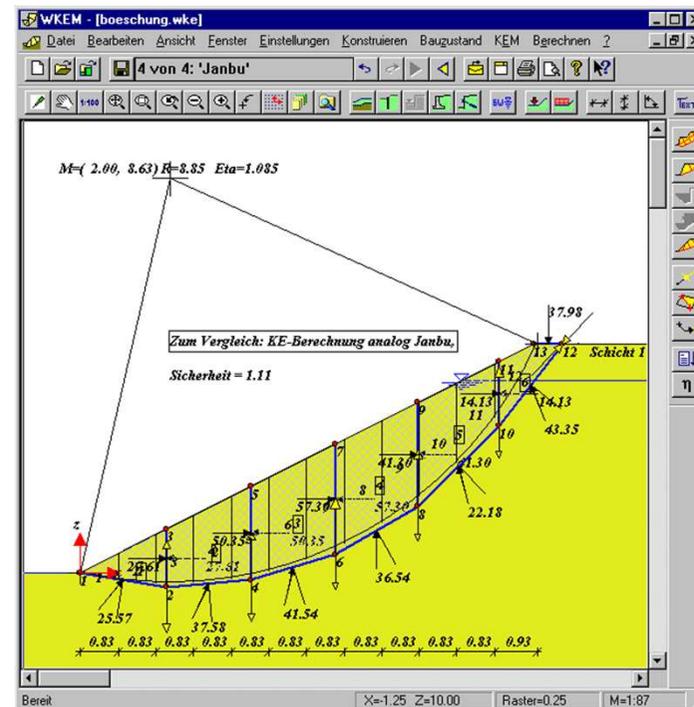
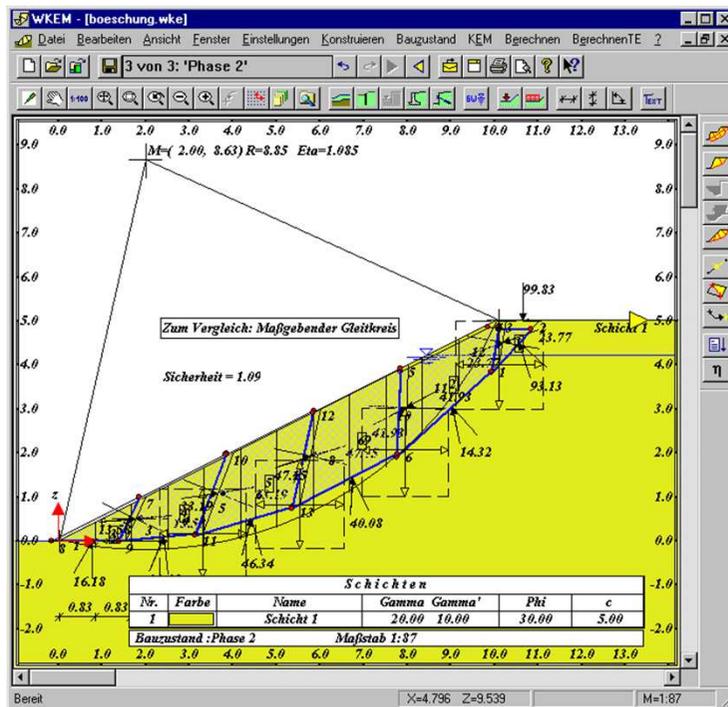
File: exple_5

Beispiel: Standsicherheit einer Böschung

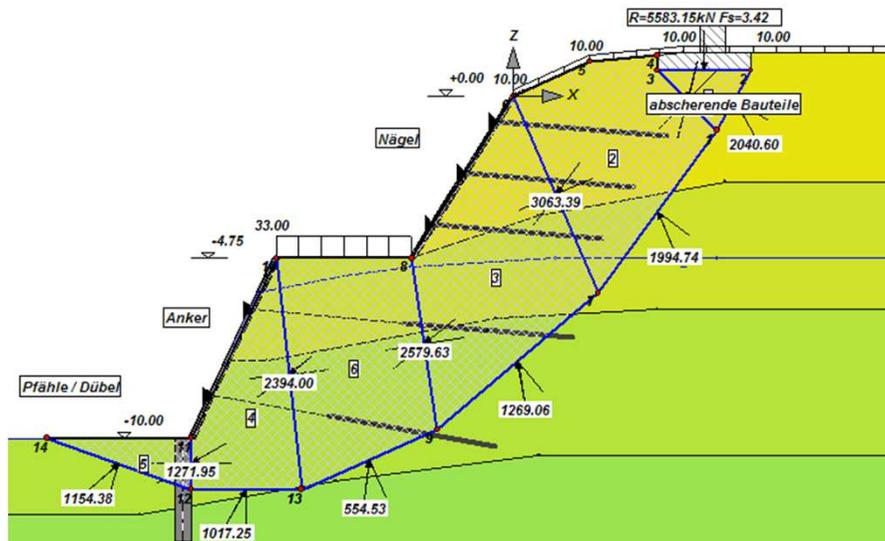
Beispiel: Standsicherheit einer Böschung

Vergleich: Gleitkreis

Vergleich: Janbu



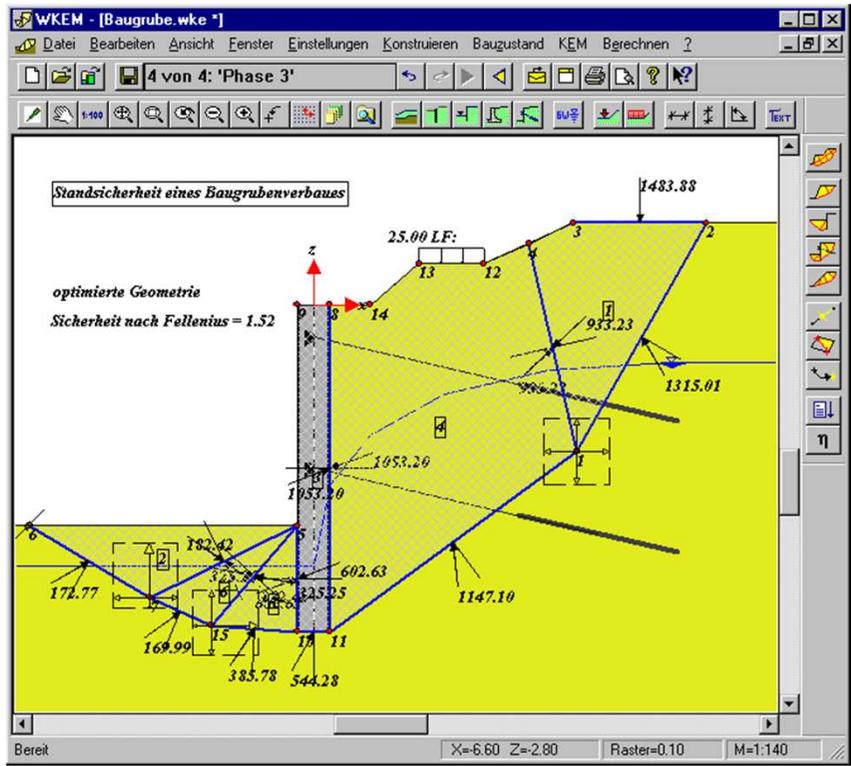
Konstruktionselemente



- ➔ Geokunststoffe
- ➔ Abscherende Pfähle
- ➔ Anker (vorgespannt)
- ➔ Nägel (schlaff)
- ➔ Wand
- ➔ Grundwasserspiegel, beliebige schichtspezifische Druckhöhen
- ➔ Abscherende allg. Bauteile

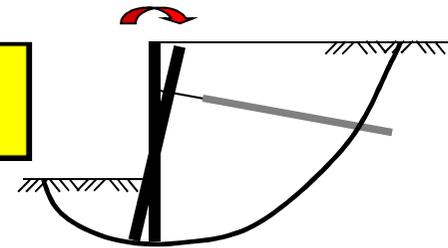
Beispiel: Standsicherheit eines Verbaues

Beispiel: Standsicherheit eines Verbaues

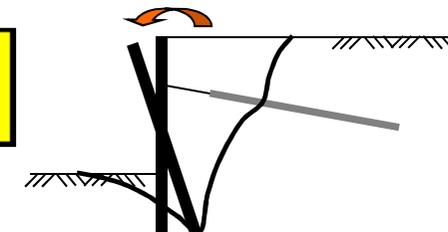


Versagensart ?

EB 45
„Geländebruch“



EB 44
„tiefe Gleitfuge“

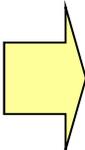


File:
exple_6

Beispiel: Standsicherheit eines Verbaues

Beispiel: Standsicherheit eines Verbaus

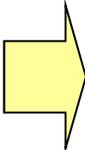
Vorteile



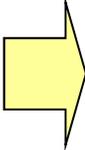
Geschlossene Betrachtung:
Keine Unterscheidung zw.
'innerer' und 'äußerer' Sicherheit



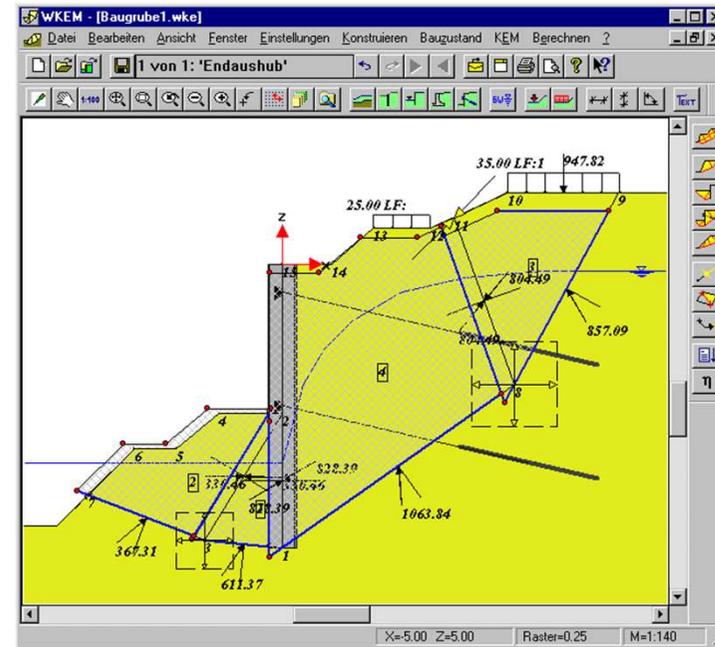
Ermittlung der Wasserspiegellinie:
Porenwasserdruck und Strömung wird elementweise
im Kräftegleichgewicht korrekt erfasst



Erdwiderstand automatisch und korrekt
mitberücksichtigt (Kinematik!)



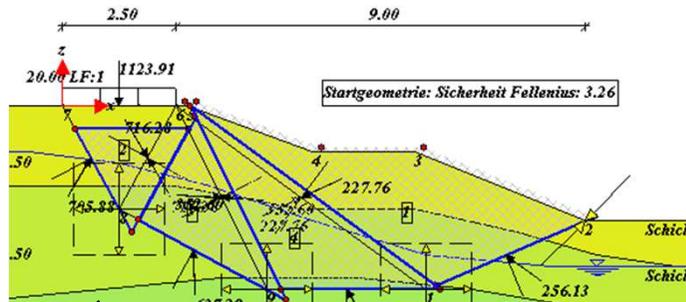
Sicherheitsdefinition wählbar



File:
exple_7

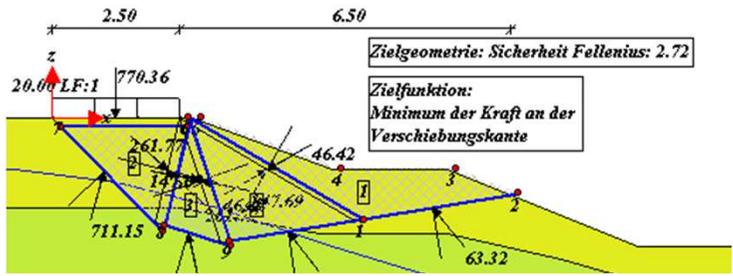
Beispiel: Grundbruchsicherheit

Startmechanismus:



- freier Geländeverlauf
- beliebige Schichtung
- Wasser- / Strömungsdruck
- beliebig viele Linien- / Streifenlasten

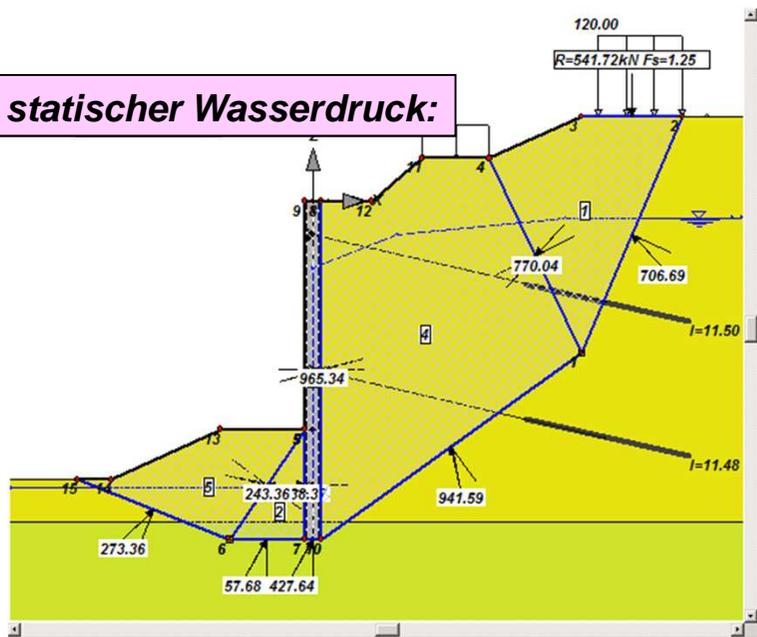
Zielmechanismus:



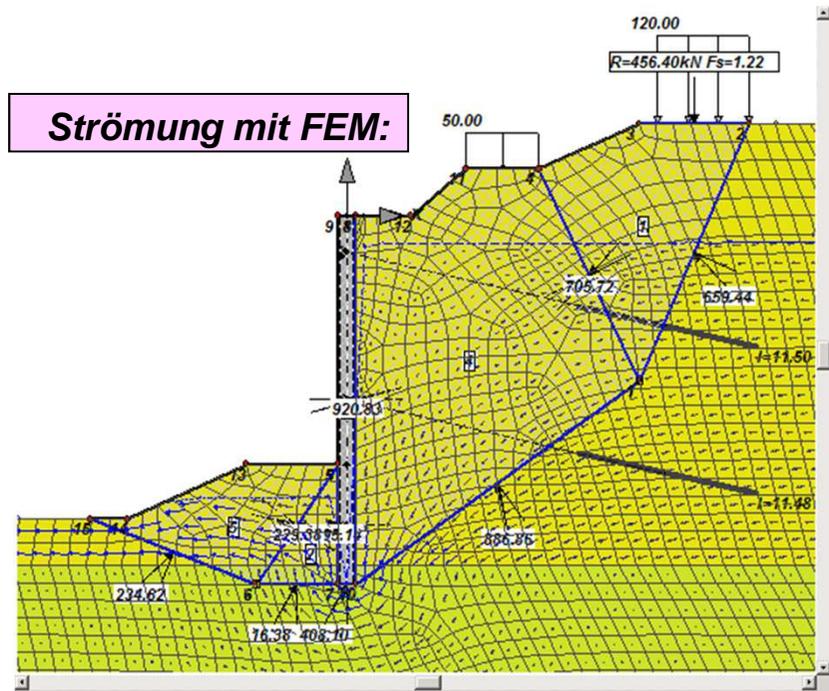
File:
exple_8

Beispiel: Berücksichtigung von Strömung

statischer Wasserdruck:

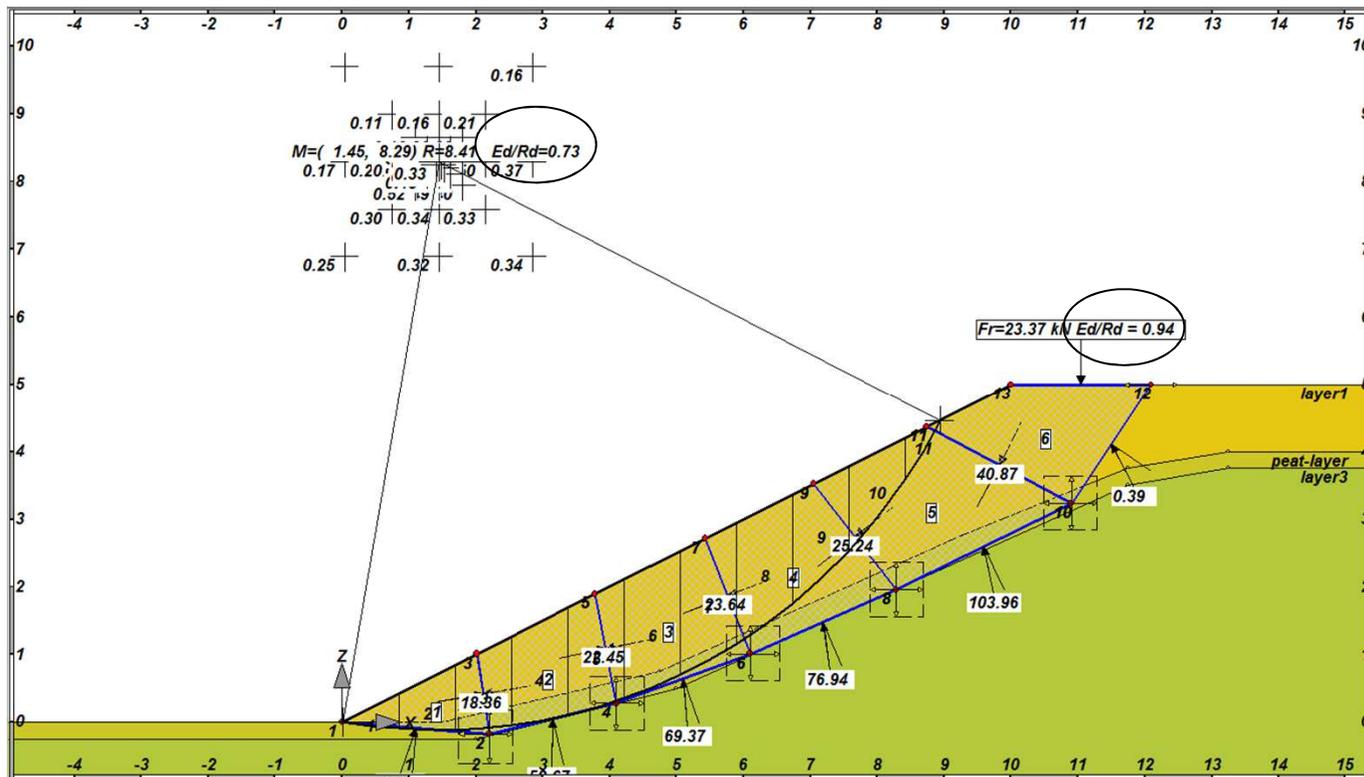


Strömung mit FEM:



File:
exple_9

Beispiel: Berücksichtigung von geometrischen Randbedingungen



File: exple_10